2.3 Vennovi dijagrami

Povijesni kutak

John Venn (Kingston Upon Hull, 4. kolovoza 1834. – Cambridge, 4. travnja 1923.) engleski je logičar i filozof poznat po tzv. Vennovim dijagramima koje je predstavio u svojoj knjizi *Simbolička logika* iz 1881. Doktorirao je na Cambridgeu, a najpoznatiji je po svom radu upravo u području logike. Njegovi se dijagrami i danas koriste u mnogim područjima filozofije i znanosti poput teorije skupova, vjerojatnosti, logike, statistike i računarstva.

Jeste li se u nekom predmetu do sada susreli s izradom Vennova dijagrama? Opišite o kojoj se situaciji ili zadatku radilo.

Dobar način grafičkog prikazivanja sudova su **Vennovi dijagrami**, nazvani po engleskom logičaru i filozofu Johnu Vennu. Iako to nije jedini način grafičkog prikazivanja sudova (jedan od poznatijih, ali ne i jednako precizan grafički prikaz su Eulerovi dijagrami), u ovom je udžbeniku odabran zbog preciznosti. No, zašto nam je to uopće važno? Ovladamo li Vennovim dijagramima, bit ćemo u stanju grafički prikazati naše kategorične sudove, moći ćemo iz grafičkih prikaza iščitati kategorične sudove, a sve će nam to pomoći i u otkrivanju odnosa među pojmovima te u ispravnom zaključivanju.

Već smo istaknuli da razlikujemo četiri vrste kategoričnih sudova i da ih formalno kraće zapisujemo kao SaP (ili *a*-sud), SeP (ili *e*-sud), SiP (ili *i*-sud) i SoP (ili *o*-sud) i time izražavamo njihovu kvalitetu i kvantitetu.

Upravo ćemo taj oblik prikazati i Vennovim dijagramima.

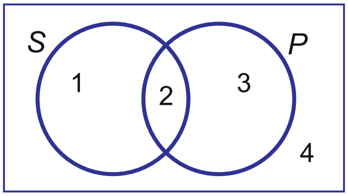
Vennovi dijagrami

Vennovi se dijagrami sastoje od djelomično preklopljenih kružnica. Vennovim dijagramima grafički prikazujemo sudove, ali ih koristimo i za iščitavanje sudova, ispravno zaključivanje te prikazivanje odnosa među pojmovima.

Kada njima prikazujemo kategorične sudove, zapravo govorimo o odnosu subjekta i predikata u tim sudovima pa se u slučaju tih sudova Vennovi dijagrami sastoje od dviju djelomično preklopljenih kružnica. Pritom je jedna kružnica skup koji predstavlja opseg subjekta, a druga opseg predikata. Zbog toga jednu kružnicu označavamo sa S, a drugu s P.

Grafički to izgleda kao na slici desno:

Kao što primjećujete, predmeti ovdje mogu pripadati svakom od skupova zasebno, mogu pripadati obama skupovima, ali i biti izvan njih. Tako razlikujemo četiri mogućnosti.



Područja

U Vennovim dijagramima postoje četiri područja

- područje 1 predstavlja skup onih predmeta koji jesu S, ali nisu P
- područje 2 predstavlja skup onih predmeta koji su i S i P
- područje 3 predstavlja skup onih predmeta koji nisu S, ali jesu P
- područje 4 predstavlja skup onih predmeta koji nisu ni S ni P.

!

Četvrto područje predstavlja predmete koji ne pripadaju ni skupu S ni skupu P. Za kategorične sudove to nije važno jer u tom slučaju govorimo samo o odnosu pojmova iz skupova S i P pa, prema tome, ti sudovi ne govore ništa o predmetima koji ne pripadaju nijednom od tih skupova. Zbog toga se kružnice Vennova dijagrama često prikazuju bez domene (D), tj. smještaju se u beskonačnu ravninu.

Međutim, o tim predmetima ipak možemo govoriti i često govorimo, a čak i kada o njima ne znamo ništa, u Vennovu dijagramu za njih stoji upravo ta informacija – o njima ne znamo ništa. Stoga je ovakav njihov prikaz zapravo precizniji i potpuniji.

Da bismo kategorične sudove uspješno grafički prikazali, moramo znati kako u dijagrame ispravno upisati dostupne informacije. Zato imamo svojevrsnu legendu koja će nam u tome pomoći:

(a) Možemo u kružnicu upisati X kao oznaku za **neprazan** razred. Time pokazujemo da u označenom skupu postoji barem jedan predmet.

(b) Možemo osjenčati kružnicu kako bismo označili **prazan** razred. Time pokazujemo da u označenom skupu ne postoji ni jedan predmet.

(c) Možemo ne označiti kružnicu. Time pokazujemo da **ne znamo ništa** o postojanju ili nepostojanju predmeta toga skupa.

Označavanje

Neprazan je razred onaj u kojem postoji barem jedan predmet, a prazan je onaj razred u kojem ne postoji ni jedan predmet.
U Vennovu dijagramu u područje upisujemo znak X za neprazan razred, sjenčamo područje da bismo označili prazan razred ili ostavljamo prazno kada nemamo informacija.

Znak X u Vennovu dijagramu univerzalnih sudova znači tradicionalno označavanje kojim se podrazumijeva postojanje barem jednog predmeta u skupu, dok se u modernom označavanju taj X ne piše jer se ne pretpostavlja njegovo egzistiranje.

Drugim riječima, prema shvaćanju tradicionalne logike nema puno smisla govoriti o svojstvima onoga što možda i ne egzistira. Međutim, uistinu možemo izražavati i takve sudove pa se moderno shvaćanje ipak smatra preciznijim i više u skladu s mogućnostima našeg mišljenja i jezika.

!

U tradicionalnoj logici podrazumijevamo nepostojanje *praznog* skupa, a u modernoj dozvoljavamo njegovo postojanje.

Ta će se razlika u grafičkom prikazu pokazati u univerzalnim sudovima pa valja biti oprezan pri označavanju. Uvijek s nastavnikom provjerite o kojem se shvaćanju radi i kakav prikaz imate pred sobom.

Također, moguće je da za predmet ne znamo pripada li samo skupu S ili i skupu S i skupu P. U tom slučaju ta dva područja možemo povezati crticom.

Da bismo u potpunosti ovladali Vennovim dijagramima, sve ćemo kategorične sudove ponovno prevesti u jezik logike prvoga reda kako bismo još preciznije utvrdili što se izražava svakim od tih sudova. Tako ćemo prevedene sve kategorične sudove prikazati grafički.

2.3.1 Opće-potvrdni, univerzalno-afirmativni ili *a*-sud

Općenito, ovaj sud glasi „Svi S su P“, a može se kraće izraziti kao SaP sud. Njime se iskazuje da svi koji pripadaju skupu S pripadaju i skupu P. Drugim riječima, ne postoji neki S koji ne bi ujedno bio i P.

Taj bismo sud jezikom logike prvoga reda mogli zapisati kao:

$$\forall x(Sx \to Px).$$

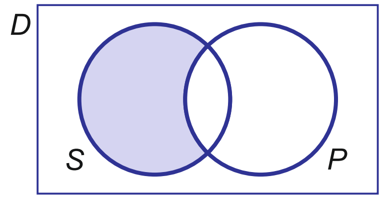
Primijetite da u jeziku logike prvoga reda imamo strelicu koja označava implikaciju. To znači da smo zapravo simbolički zapisali rečenicu:

Za svaki predmet vrijedi da ako je S, onda je on ujedno P

ili Ako je predmet S onda je i P ili naprosto Svaki S je P.

No, svako čitanje te rečenice otkriva nam kondicioniranost ili uvjetovanost koja u njoj postoji. Naime, ništa nam u rečenici ne otkriva da barem jedan predmet u skupu S uistinu postoji, već samo da kada bi postojao, bio bi ujedno i P.

Zato grafički prikaz univerzalno-afirma-tivnog ili *a*-suda izgleda kao na slici desno.



Rekonstruirajmo sada kako smo došli do ovog grafičkog prikaza.

Budući da smo rekli da se a-sudom tvrdi „Svi S su P“, to ujedno znači da „Ni za jedan S ne može vrijediti da je ne$P$“. Prema tome, ne može postojati predmet koji bi bio samo S. Drugim riječima, područje koje pripada samo skupu S mora biti prazan razred, tj. razred bez predmeta.

Ako provjerimo i ponovimo kako označavamo prazan razred, vidjet ćemo da područje koje označavamo moramo osjenčati da bismo istaknuli kako ovdje nema predmeta. Tvrdili smo i da su svi predmeti koji se nalaze u skupu S, ako postoje, ujedno i članovi skupa P. To bi nas moglo navesti da u presjek skupova S i P upišemo znak X, ali zapamtite da bi to bilo tradicionalno tumačenje kojim se podrazumijeva postojanje predmeta o kojima govorimo. Međutim, istaknuli smo da se u modernoj logici to postojanje ne podrazumijeva, a razlog tome vidjeli smo u čitanju a-suda. To je postojanje mogućnost, ali ne i nužnost. Zato presjek tih skupova ostavljamo praznim u modernoj logici, dok u tradicionalnoj upravo ovdje upisujemo znak X.

Predmetima iz skupa S pridali smo neko svojstvo izraženo predikatom kategoričnog suda, odnosno svojstvo P. To, međutim, znači još nešto. O svemu onome što bi moglo pripadati skupu P ne znamo ništa. U to ćemo se uvjeriti pogledamo li dijagram. Cijela kružnica koja označava ono što može pripadati skupu P potpuno je neoznačena, tj. o cijelom tom skupu nemamo nikakvih informacija. Dakako, isto vrijedi i za sve ono što ne pripada ni skupu S ni skupu P.

2.3.2 Opće-niječni, univerzalno-negativni ili *e*-sud

Općenito, ovaj sud glasi „Nijedan S nije P“, a može se kraće izraziti kao SeP sud. Njime se iskazuje da nema takvog predmeta koji pripada skupu S, a koji bi pripadao i skupu P. Drugim riječima, ne postoji neki S koji bi ujedno bio i P.

Taj bismo sud jezikom logike prvoga reda mogli zapisati kao:

$$\forall x(Sx \to \neg Px).$$

Primijetite da se u jeziku logike prvoga reda ponovno pojavljuje strelica koja označava implikaciju. To znači da smo zapravo simbolički zapisali rečenicu:

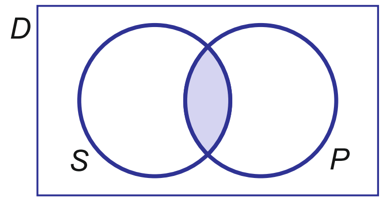
Za svaki predmet vrijedi da ako je S, onda nije P

ili Ako je predmet S onda nije P ili naprosto Nijedan S nije P.

No, svako čitanje ove rečenice otkriva nam kondicioniranost ili uvjetovanost koja u njoj postoji jer nam ništa u rečenici ne otkriva da barem jedan predmet u skupu S uistinu postoji. Kada bi postojao, zasigurno ne bi bio i P.

Zato grafički prikaz univerzalno-negativnog ili e-suda izgleda kao na slici desno.

Rekonstruirajmo kako smo došli do ovog grafičkog prikaza.



Budući da smo rekli da se e-sudom tvrdi „Nijedan S nije P“, to ujedno znači da bi svi S koji bi možda postojali bili ne$P$. Dakle, ne može postojati predmet koji je i S i P. Zato područje koje pripada skupu S i skupu P mora biti prazan razred, tj. razred bez predmeta.

Ako ponovno provjerimo kako označavamo prazan razred, vidjet ćemo da područje koje moramo označiti kao prazan razred moramo osjenčati da bismo istaknuli da ovdje nema predmeta. Slično kao i u slučaju a-suda, ponovno smo sudom zapravo samo rekli kako postoji mogućnost da predmeti u skupu S postoje i da, ako postoje, sigurno ne pripadaju i skupu P. Zato ćemo područje koje pripada samo skupu P ostaviti bez upisanih informacija, tj. nećemo ga ni sjenčati niti ćemo u njega staviti znak X. Ali, zbog toga što u tradicionalnoj logici podrazumijevamo postojanje predmeta u skupu S, u tradicionalnom bismo prikazu u to područje stavili znak X.

O svemu onome što bi moglo pripadati samo skupu P ponovno ne znamo ništa. U to ćemo se uvjeriti pogledamo li ponovno dijagram. No, sada znamo da ne može postojati predmet koji bi pripadao i skupu S i skupu P. Dio kružnice koji označava samo skup P potpuno je neoznačen, tj. o tom skupu nemamo nikakvih informacija. Dakako, isto vrijedi i za sve ono što ne pripada ni skupu S ni skupu P. Primijetite da je, za razliku od prethodnog, ovaj sud simetričan i da bi zamjenom mjesta subjekta i predikata sud i dalje vrijedio.

2.3.3 Posebno-potvrdni, partikularno-afirmativni ili *i*-sud

Općenito, ovaj sud glasi „Neki S su P“, a može se kraće izraziti kao SiP sud. Njime se iskazuje da **postoji** takav predmet koji pripada skupu S, ali i skupu P. Drugim riječima, postoji barem jedan S koji je ujedno i P.

Taj bismo sud jezikom logike prvoga reda mogli zapisati kao:

$$\exists x(Sx \wedge Px).$$

Primijetite da se u jeziku logike prvoga reda više ne pojavljuje strelica koja označava implikaciju te da je ona zamijenjena simbolom konjunkcije. Možete li obrazložiti zašto?

Vjerojatno ste ispravno zaključili da je to zato što sada tvrdimo postojanje predmeta u skupu S koji ujedno pripada i skupu P. U konačnici to znači da ne postoji razlika u tradicionalnom i modernom grafičkom prikazu *i*-suda.

Simbolički smo zapisali rečenicu:

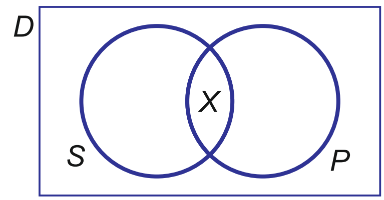
Postoji neki predmet za koji vrijedi da je S i da je P

ili Za barem jedan predmet vrijedi da je S i P

ili naprosto Neki S su P.

Kondicioniranost ili uvjetovanost postojanja predmeta skupa S iz prethodnih dvaju sudova ovdje je nestala.

Zato grafički prikaz partikularno-afirmativnog ili *i*-suda izgleda kao na slici desno.



Rekonstruirajmo kako smo došli do ovog grafičkog prikaza. Budući da smo rekli da se *i*-sudom tvrdi „Neki S su P“, to znači da barem jedan predmet skupa S mora biti i P.

Dakle, mora postojati predmet koji je i S i P. Zato u područje koje pripada skupu S i skupu P moramo staviti znak X kojim označavamo postojanje barem jednog takvog predmeta, tj. neprazan razred. Njih, dakako, može biti i beskonačno mnogo, ali to nam nije važno jer smo već sa samo jednim takvim predmetom ispunili uvjet rečenice. Budući da i dalje ne znamo ništa o predmetima koji bi pripadali samo skupu S, samo skupu P ili nijednom od tih skupova, sve ostalo u dijagramu moramo ostaviti prazno i time jasno pokazati da o tome nemamo nikakvih informacija.

2.3.4 Posebno-niječni, partikularno-negativni ili *o*-sud

Općenito ovaj sud glasi „Neki S nisu P“, a može se kraće izraziti kao SoP sud. Njime se iskazuje da postoji takav predmet koji pripada skupu S, ali ne i skupu P. Drugim riječima, postoji neki S koji nije ujedno i P.

Taj bismo sud jezikom logike prvoga reda mogli zapisati kao:

$$\exists x(Sx \land \neg Px).$$

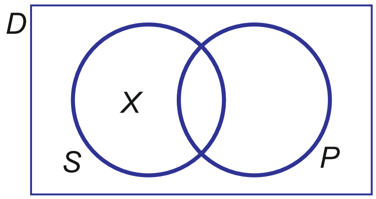
Primijetite da se u jeziku logike prvoga reda i dalje ne pojavljuje strelica koja označava implikaciju i da se ponovno koristimo simbolom konjunkcije. Ovdje ponovno tvrdimo postojanje predmeta u skupu S, ali koji ne pripada i skupu P. Stoga ni za ovaj sud ne postoji razlika u tradicionalnom i modernom grafičkom prikazu. Simbolički smo zapisali rečenicu:

Postoji neki predmet za koji vrijedi da je S i da nije P

ili **Za barem jedan predmet vrijedi da je S, ali ne i P**

ili naprosto **Neki S nisu P.**

Zato grafički prikaz partikularno-negativnog ili *o*-suda izgleda kao na slici desno.



Do ovog grafičkog prikaza došli smo slijedeći pravila i upute kao i za prethodne sudove.

Budući da smo rekli da se *o*-sudom tvrdi „Neki S nisu P“, barem jedan predmet skupa S mora postojati i ne biti i P. Dakle, mora postojati predmet koji je S, ali koji nije P. Zato u područje koje pripada skupu S moramo staviti znak X kojim označavamo postojanje barem jednog takvog predmeta, tj. neprazan razred.

Njih, naravno, ponovno može biti i beskonačno mnogo, ali to nam i dalje nije važno jer smo već samo jednim takvim predmetom ispunili uvjet rečenice kao i u prethodnom slučaju. Budući da dalje ne znamo ništa o onim predmetima koji bi pripadali i skupu S i skupu P, samo skupu P ili nijednom od tih skupova, sve ostalo u dijagramu moramo ostaviti prazno i time jasno pokazati da o tome nemamo nikakvih informacija.

!

Ponovimo da sudom „Neki S su P“ ne podrazumijevamo kako neki S nisu P, kao ni da sudom „Neki S nisu P“ ne podrazumijevamo kako neki S jesu P.

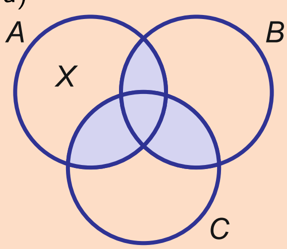
Uvijek imajmo na umu da postoji razlika u tradicionalnom i modernom prikazu *univerzalnih* sudova jer u prvom podrazumijevamo nepraznost skupa S, dok u drugom to ne podrazumijevamo.

Kao što sudove možemo prikazivati grafički, iz grafičkog prikaza na jednak način možemo iščitati sudove.

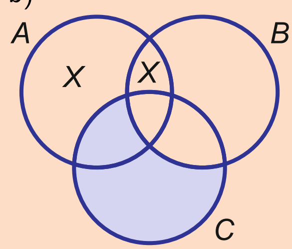
Zadatci 2.2

1. Svaki od četiriju tipova kategoričnih sudova pokušajte ispravno pročitati na što više različitih načina i prikažite ih Vennovim dijagramom.
2. Različite dijelove Vennova dijagrama označite na različite načine i nakon toga pročitajte rečenice koje iz njega slijede.
3. Pokušajte što više različitih pojmova prikazati uz pomoć dijagrama i oblikujte sudove koji iz toga slijede. Zaključite o kakvoj bi se vrsti odnosa među pojmovima moglo raditi.
4. Uz pomoć nastavnika dodajte još jednu kružnicu u domenu tako da se siječe i s kružnicom S i s kružnicom P i tako da ima vlastito područje koje ne pripada ni skupu S ni skupu P. Označite tu kružnicu s M. Sada ponovno na različite načine označite različite dijelove Vennova dijagrama i ponovno pročitajte sve rečenice koje iz dijagrama slijede.
5. Uz pomoć nastavnika ponovno nacrtajte tri međusobno ispresijecane kružnice u domeni. Još jednom pokušajte što više različitih pojmova prikazati uz pomoć dijagrama i oblikujte sudove koji iz toga slijede. Zaključite o kakvoj bi se vrsti odnosa među pojmovima moglo raditi.
6. Zapišite jezikom logike prvoga reda sve sudove koji tvrde da postoji predmet koji nije ni S ni P te sve sudove koji tvrde da takav predmet ne postoji.
7. Koje sve sudove možete iščitati iz dijagrama a), b), c) i d)?

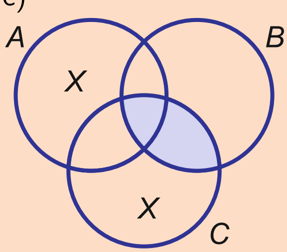
a)



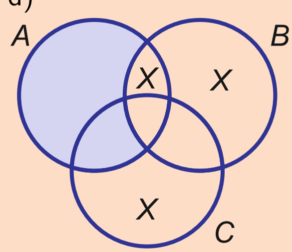
b)



c)



d)



2.4 Zaključak

Povijesni kutak

Aristotel (384. – 322. pr. n. e.) grčki je filozof koji se smatra ocem tradicionalne logike. On je prvi sveobuhvatno proučavao i popisao pravila ispravnoga logičkog zaključivanja, a njegova su učenja o logici bila dominantna sve do devetnaestoga stoljeća kada je započeo razvoj suvremene logike. Aristotelova je logika i dalje važno oruđe za učenje logičkih vještina.

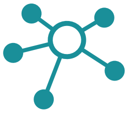
Zaključak:

Svi su pingvini crno-bijeli.

Neki su stari televizori crno-bijeli.

Dakle, neki stari televizori su pingvini.

Je li prethodni zaključak valjan? Zdrav nam razum kaže da nije, ali čini se da ima neke elemente valjanog zaključka ili tako barem izgleda. Takva su se pitanja (ali, naravno, ne s primjerom televizora) javljala još u staroj Grčkoj, pa ih je Aristotel odlučio riješiti tako da popiše sve oblike valjanih zaključaka. Podijelio ih je u četiri skupine i nazvao **silogizmima**.



2.4.2

Mnogo je puta do sada svatko od nas bio suočen s potrebom zaključivanja. I zasigurno, kao ljudska bića koja odlikuje racionalnost, svatko od nas gotovo neprestano zaključuje na temelju podataka koji su mu dostupni i jasni u manjoj ili većoj mjeri.

Ono u čemu nam logika pomaže pri zaključivanju jest osiguravanje mehanizama kojima na formalan i precizan način možemo provjeriti zaključujemo li valjano ili ne. Znači li to da **valjano** zaključujemo samo kad to radimo na formalne načine poput onih koji će na sljedećim stranicama biti pokazani i objašnjeni? Naravno da ne! I ovime smo nešto zaključili, a da tome nismo pristupili formalno. To je i najbolji pokazatelj kako, zapravo, naše zaključivanje u značajnoj mjeri odgovara logičkom zaključivanju, a da toga i nismo svjesni.

> **!** Primijetite da, za razliku od sudova, za zaključivanje nismo koristili izraze *istinito* i *neistinito*, već *valjano* i *nevaljano*. Razlog toj promjeni jest u tome što nas u zaključivanju prije svega zanima jesmo li zaključili ono što smo ispravno mogli zaključiti na temelju dostupnih informacija.

Promotrimo sljedeći primjer:

Anja je nakon sjajnog uspjeha i rada na fakultetu dobila priliku raditi kao inženjer u međunarodnoj svemirskoj agenciji. Zadužena je za konstrukciju trupa nove svemirske letjelice koja bi trebala zamijeniti popularne *Space Shuttleove* koji opskrbljuju svemirske postaje i prevoze ljudske posade na postaje i natrag na Zemlju.

Od svih su se dostupnih materijala karbonska vlakna pokazala kao najisplativija, a znanstvenici zaduženi za promatranje objekata koji velikim brzinama prolaze pravcima kojima lete i *Space Shuttleovi* uvjerili su Anju da na putanji probnog leta ne postoji objekt koji bi karbonska vlakna mogao oštetiti.

Budući da su Anjini poslodavci zahtijevali najisplativiju konstrukciju, Anja se odlučuje za konstrukciju trupa sačinjenog od karbonskih vlakana. Na probnom letu prema jednoj od svemirskih postaja novu je svemirsku letjelicu udario i oborio neki objekt. Za nj očito nije vrijedilo ono što su znanstvenici o njima tvrdili.

Zadatak 2.3

Smatrate li da je Anja ispravno zaključila da u konstrukciji nove svemirske letjelice treba koristiti karbonska vlakna?

Bi li se ispravnost Anjina zaključivanja promijenila da svemirska letjelica nije oborena?

Osmislite vlastiti slučaj u kojemu istinitost ili neistinitost dostupnih informacija ne utječe na valjanost zaključivanja.

Zaključak se, kao logički oblik, sastoji od dijelova. Budući da je zaključak zapravo oblik uporabe suda, baš kao što je i sud uporaba pojmova, dijelove zaključka čine upravo sudovi. Sve ono na temelju čega sudimo, tj. sudove na temelju kojih sudimo, nazivamo **premisama**. Sve ono što slijedi iz premisa, nazivamo **konkluzijama**. Premise i konkluziju u zaključku zapisivat ćemo odijeljeno crtom koju čitamo kao „dakle" (od lat. *ergo*).

Valjanost zaključka

Zaključak je **valjan** ako je valjana forma zaključka, a forma je valjana ako pri svakoj interpretaciji iz istinitih premisa slijedi istinita konkluzija.

Valjanost zaključka možemo slično definirati za logiku sudova i za logiku prvoga reda. U logici sudova zaključak je valjan ako nije moguće da su premise istinite, a konkluzija neistinita.

Zaključak odgovara logičkom vezniku implikacije koja se nalazi između premisa i konkluzije, dok su premise međusobno povezane veznikom konjunkcije. Takva se implikacija naziva **korespondentnim kondicionalom**.

Korespondentni kondicional

Korespondentni kondicional nekog zaključka jest kondicional čiji je antecedens konjunkcija premisa, a konsekvens konkluzija tog zaključka.

Na primjer, zaključak:

Ako je u Zagrebu jutro, u Washingtonu je noć.
U Zagrebu je jutro.
Dakle, u Washingtonu je noć.

možemo zapisati: $\begin{array}{c} J \rightarrow N \\ J \\ \hline N \end{array}$ odnosno $((J \rightarrow N) \wedge J) \rightarrow N.$

Sada vidimo iz čega proizlazi naša definicija valjanosti: kako bi implikacija bila istinita, premise ne smiju biti istinite, a konkluzija neistinita.

Valjanost zaključka u logici sudova možemo provjeriti istinitosnim tablicama, na način da tražimo redak tablice (odnosno tumačenje) u kojem bi konjunkcija premisa bila istinita, a konkluzija neistinita. Ako ne postoji takvo tumačenje, onda je zaključak valjan.

1.5

Primjerice, za prethodni zaključak, provjera je prikazana tablicom zdesna.

Kao što vidimo u tablici, ispod glavnog veznika sve su vrijednosti I, stoga je zaključak valjan.

J	N	$((J$	$\rightarrow$	$N)$	$\wedge$	$J)$	$\rightarrow$	N
I	I	I	I	I	I	I	**I**	I
I	N	I	N	N	N	I	**I**	N
N	I	N	I	I	N	N	**I**	I
N	N	N	I	N	N	N	**I**	N

Zadatak 2.4

Istinitosnim tablicama provjerite valjanost sljedećih zaključaka:

1. $\begin{array}{c} K \wedge N \\ \neg K \vee \neg S \\ \hline K \vee \neg K \end{array}$

2. $\begin{array}{c} L \vee F \\ \neg L \vee \neg S \\ \hline F \leftrightarrow \neg L \end{array}$

U logici prvoga reda zaključak je valjan ako ne postoji model, odnosno tumačenje (interpretacija) u kojoj su premise istinite, a konkluzija neistinita. Kod traženja takvoga tumačenja potrebno je odrediti značenje predikata te domenu u kojoj bi premise bile istinite, a konkluzija bila neistinita. Primjerice, u zaključku:

$$\forall x \exists y Myx \rightarrow \exists y \forall x Myx$$

tumačenje za koje je zaključak nevaljan jest za domenu *ljudi*, pri čemu je $Myx = y$ je majka od x.

Zadatak 2.5

Pronađite još tri tumačenja za koja prethodni zaključak nije valjan, tj. za koje će premisa (antecedens) biti istinita, a konkluzija (konsekvens) neistinita.

! U svakodnevnom se govoru uvriježila uporaba pojma zaključak za ono što slijedi iz premisa. Istina je da ono što iz premisa slijedi jest ono što smo zaključili, ali valja imati na umu da se proces zaključivanja te cijeli zaključak sastoji od nekoliko nužnih dijelova. Stoga je zaključak naziv za cjelokupni argument koji se sastoji od jedne ili više premisa, crte „dakle“ i konkluzije.

premisa 1 (premisa 2) ⋮ (premisa *n*)
„dakle“ (od lat. *ergo*)
konkluzija

Opći oblik zaključka prikazan je lijevo.

Primijetite da se svaki zaključak sastojao od barem jedne premise i konkluzije.

No, zaključak bi se mogao sastojati i od praznog skupa premisa jer bi iz njih valjano slijedila svaka tautologija u konkluziji. Kada smo govorili o valjanosti zaključka, rekli smo da se ne smije dogoditi situacija da iz istinitih premisa slijedi neistinita konkluzija.

No, prema istinitosnim vrijednostima za implikaciju znamo da je ona istinita i kada je antecedens neistinit, što znači da je zaključak valjan i kada je konjunkcija premisa neistinita. Valjan zaključak s istinitim premisama naziva se **pouzdanim**. Dakle, kod pouzdanog zaključka istinite su i premise i konkluzija.

! Pripazite na razlikovanje pojmova valjanost i pouzdanost.

Zaključke bismo općenito mogli podijeliti na sljedeći način:

Sada ćemo se baviti deduktivnim zaključkom, dok se induktivni zaključak obrađuje u četvrtom poglavlju.

4.3

2.5 Deduktivni zaključak

Za ljubitelje lika Sherlocka Holmesa dedukcija nije nepoznat pojam. Upravo je on poznat po upotrebi deduktivnog zaključivanja kojim će, bude li se držao pravila i istinitih premisa, sigurno doći do istinite konkluzije i tako riješiti svaki slučaj koji se nađe pred njim.

Međutim, budući da u deduktivnom zaključku informacije sadržane u konkluziji već logički slijede iz premisa, za njih načelno ne vrijedi da tvore novo znanje u konkluziji.

S obzirom na izravnost konkluzije iz premisa, tj. s obzirom na broj premisa, deduktivne zaključke možemo podijeliti na **posredne** i **neposredne**.

2.5.1 Neposredni zaključci

Neposredni su zaključci oni u kojima konkluzija slijedi iz samo jedne premise. No, s obzirom na različite načine izvođenja konkluzije razlikujemo različite neposredne zaključke.

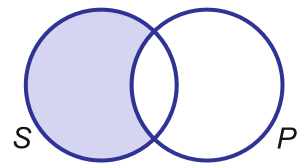
Zaključak po istovrijednosti (ekvivalenciji, ekvipolenciji)

Ekvivalentno ili istovrijedno je ono što jednako vrijedi. Zasigurno je svatko od nas barem ponekad na različite načine izrekao istu stvar, odnosno upotrijebio istovrijedan sud. Dakako, budući da su ti sudovi istovrijedni, bez ikakvih problema možemo zaključiti da iz jednog slijedi drugi.

Primjerice, „Sva su mora slana. Dakle, nijedno more nije neslano.“

Premisom da su sva mora slana u isto vrijeme, zapravo, tvrdimo da nema takvog mora koje bi bilo neslano. Pogledajmo još jednom prikaz tog suda Vennovim dijagramom.

Grafičkim je prikazom univerzalno-afirmativnog suda jasno da tvrdnjom o nekom svojstvu svih predmeta na koje se odnosi subjekt tvrdimo nemogućnost da postoji neki predmet na koji se odnosi taj subjekt, a da ne posjeduje to svojstvo.



Opći oblik neposrednog zaključka prikazan je zdesna.

premisa 1
„dakle“
konkluzija

Zadatak 2.6

Objašnjen je zaključak po istovrijednosti iz *a*-suda u negaciju *e*-suda. Navedite zaključke po istovrijednosti za ostale (*e*, *i*, *o*) sudove.

Zaključak po obratu (konverziji)

Omiljeni lik iz serije *Teorija velikog praska*, Penny, ima novog partnera koji nije pametan kao Leonard i koji je u nju zaljubljen. Njezin se novi partner zove Greg, a iako nije pametan i nikada se nije bavio ni znanošću ni logikom, pokazuje kako i on može zaključivati koristeći logička pravila, čak i ne znajući da ih koristi. Stoga postavlja pitanje o tome je li logičko zaključivanje, primjerice, tvrdnja da, iako su svi palčevi prsti, neki prsti nisu palčevi. Na sveopće oduševljenje likova serije, odgovor je na njegovo pitanje potvrdan.

Za razliku od istovrijednosti i kako kaže sam naziv (a to je moguće uočiti i u uvodnom primjeru) specifičnost zaključka po obratu je zamjena mjesta subjekta S i predikata P. Pritom se u nekim slučajevima mijenja kvantifikator i veznik.

Ipak, valja napomenuti da navedeni primjer vrijedi samo u tradicionalnom načinu označavanja Vennova dijagrama. Pogledamo li ponovno moderni grafički prikaz univerzalno-afirmativnog suda, možemo zaključiti sljedeće: budući da se nigdje ne pojavljuje X koji bi označavao postojanje predmeta koji pripada skupu predmeta takvih da su S i P, nije moguće zaključiti da postoji barem jedan predmet P koji je ujedno i S. Dakako u tradicionalnom načinu označavanja taj X postoji pa iz toga slijedi da je barem jedan P ujedno i S, tj. da su neki P ujedno i S.

Prevedimo to u Gregov primjer. Iako je, barem što se tiče odnosa palčeva i prstiju, Greg u pravu, on na neki način koristi tradicionalni prikaz Vennova dijagrama. Naime, svi smo upoznati s postojanjem prstiju te bi oni stoga predstavljali X u Vennovu dijagramu. No, kad bismo se odmaknuli na apstraktniju razinu, uvidjeli bismo da opet govorimo o implikaciji, tj. o uvjetnom postojanju predmeta o kojem nešto tvrdimo.

!

Konkluziju po obratu iz univerzalno-afirmativnog suda moguće je izvesti samo u tradicionalnom načinu prikaza Vennova dijagrama jer moderni prikaz ne podrazumijeva postojanje predmeta u skupu S.

Iz partikularno-negativnog suda kao premise nije moguće izvesti konkluziju po obratu budući da se Vennovim dijagramom nešto tvrdi samo o onim predmetima koji su S, ali ne i P. Stoga o predmetima koji su P ništa ne možemo znati.

Iako se tako ne čini, nemogućnost izvođenja konkluzije po obratu u ovim dvama slučajevima ipak se javlja iz različitih razloga. Objasnite u čemu se slučajevi razlikuju.

Zaključak po protupostavu (kontrapoziciji)

Neposredni zaključak po protupostavu možemo, na neki način, promatrati kao kombinaciju neposrednog zaključka po istovrijednosti i neposrednog zaključka po obratu.

Povijesni kutak

Sir Francis Bacon
(1561. – 1626.)
engleski je filozof, pravnik i državnik. U pogledu znanstvene metodologije smatra se začetnikom novovjekovne znanosti i filozofije, a ponajviše zbog kritike Aristotelova deduktivnog sustava koji ne osigurava nova znanja. Za njega je jedina prava znanstvena spoznaja indukcija kojom opažamo pojedinačne pojave i na temelju njih donosimo nove generalizacije. Prema tim načelima planirao je prikupiti i klasificirati sve što je ljudski um dotad spoznao. Svoju je metodologiju izložio u djelu *Novi organon*. Tim naslovom parafrazira Aristotelov *Organon*.

Promotrimo sljedeći primjer. Ako premisom tvrdimo da su svi zadatci iz logike logični, morali bismo pristati da iz toga slijedi konkluzija da ništa nelogično nije zadatak iz logike. Time smo, zapravo, učinili dvije stvari: zamijenili smo mjesta subjektu S i predikatu P te smo negirali predikat P.

Redoslijed kojim smo to učinili nije važan. Vratimo li se još jednom na prikaz univerzalno-afirmativnog suda, možemo promotriti sve ono što nije P jer tvrdimo nešto o negiranom predikatu P.

Sve što nije P nalazi se unutar skupa S ili izvan obje kružnice. Budući da izvan kružnice ne postoje nikakve informacije, preostaje nam samo ono područje koje je S, ali ne i P. To je područje označeno kao prazan razred, tj. u njemu nema ni jednog predmeta. Čak i kad bismo imali informacije o onome izvan S i P, još uvijek bismo morali utvrditi da na temelju grafičkog prikaza slijedi da ono što nije P zasigurno nije ni S. Dakle nijedan ne$P$ sigurno nije S.

Zadatak 2.7

Koristeći tradicionalne i moderne prikaze Vennovih dijagrama, provjerite valjanost svih zaključaka spomenutih u ovome potpoglavlju te običnim jezikom dajte svoje primjere neposrednog zaključka po obratu.

!

Konkluziju po protupostavu iz univerzalno-negativnog suda moguće je izvesti samo u tradicionalnom načinu prikaza Vennovim dijagramom jer moderni prikaz ne podrazumijeva postojanje predmeta u skupu S.

Iz partikularno-afirmativnog suda kao premise nije moguće izvesti konkluziju po protupostavu jer se Vennovim dijagramom nešto tvrdi samo o onim predmetima koji su S i P. Stoga o predmetima koji nisu P ništa ne možemo znati.

Kao i u izvođenju konkluzija po obratu, nemogućnost izvođenja konkluzije po protupostavu u ovim se dvama slučajevima ipak javlja iz različitih razloga. Objasnite u čemu se slučajevi razlikuju.

Zaključivanje po logičkom kvadratu

Logički je kvadrat grafički prikaz odnosa među sudovima. Postoji tradicionalno i suvremeno tumačenje odnosa u logičkom kvadratu te ćemo se u nastavku osvrnuti na oba i ukazati na njihove razlike.

Pogledajmo sljedeće primjere:

(1) Svi su psi dobri prijatelji.

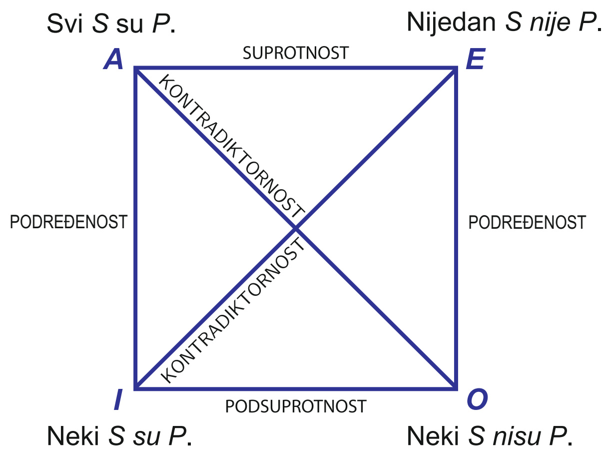
(2) Nijedan pas nije dobar prijatelj.

(3) Neki su psi dobri prijatelji.

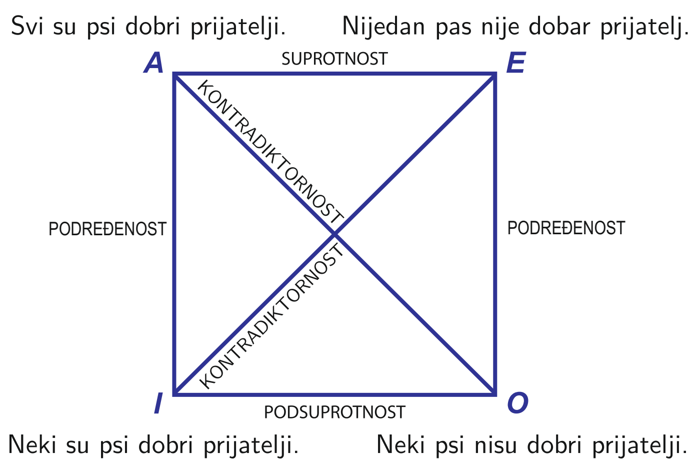
(4) Neki psi nisu dobri prijatelji.

Već smo ustanovili da se dvije rečenice odnose na cjelokupni opseg pojma pas, dok se druge dvije odnose samo na neke entitete koji pripadaju tom pojmu. Sudovi (1) i (2) nazivaju se univerzalnim ((1) je afirmativan, a (2) negativan), a sudovi (3) i (4) partikularnim ((3) je afirmativan, a (4) negativan). Logičkim se kvadratom prikazuju odnosi među četirima takvim sudovima.

Opći je oblik logičkog kvadrata sljedeći:



Primijenjen na naš primjer, logički kvadrat izgleda ovako:



Iako je danas uvriježeno promatranje odnosa u logičkom kvadratu prema modernom shvaćanju, prvo ćemo se osvrnuti na tradicionalno shvaćanje u kojem se pretpostavlja postojanje logičkoga subjekta.

Sudovi koji se nalaze na krajevima dijagonala kvadrata međusobno su protuslovni ili kontradiktorni, odnosno ako je jedan od njih, primjerice *O*, istinit, tada je sud s druge strane dijagonale, u ovom slučaju *A*, neistinit, i obrnuto.

Sudovi A i E jesu kontrarni ili suprotni, odnosno ako je jedan od njih istinit, drugi je neistinit, ali obrat ne vrijedi te oba mogu biti neistinita. Primjerice, pretpostavimo da je sud „Svi labudovi jesu bijeli" neistinit jer je na jednom mjestu u svijetu pronađen crni labud. No, sud „Nijedan labud nije bijel" time i dalje nije istinit.

Sudovi I i O jesu subkontrarni ili podsuprotni. Oba ta suda mogu biti istinita, ali ne mogu oba biti neistinita. Primjerice, ako je sud „Neki su labudovi bijeli" neistinit, mora biti istinito da neki labudovi nisu bijeli. S druge strane, oba takva suda mogu biti istovremeno istinita, npr. istinito je da su neki labudovi bijeli, a da neki labudovi nisu bijeli.

Za kraj pogledajmo sudove na okomitim stranicama logičkoga kvadrata. Tu se najjasnije razlikuje tradicionalno i suvremeno tumačenje logičkoga kvadrata, stoga ćemo ga sada i uvesti. Naime, po tradicionalnom tumačenju, ako je sud „Svi su labudovi bijeli" istinit, onda je istinit i sud „Neki su labudovi bijeli". Obrat ne vrijedi, pa ako je istinit sud „Neki su labudovi bijeli", to ne implicira istinitost suda „Svi su labudovi bijeli". Isto vrijedi i za negativne sudove.

Prema suvremenom je tumačenju situacija nešto drukčija. Zapišimo sudove „Svi su labudovi bijeli" i „Neki su labudovi bijeli" jezikom logike prvoga reda:

Svi su labudovi bijeli – $\forall x(Lx \rightarrow Bx)$

Neki su labudovi bijeli – $\exists x(Lx \wedge Bx)$

U A sudu korištena je implikacija za koju znamo da je istinita ako je antecedens neistinit, što znači da je sud istinit i u slučaju da ne postoji nijedan labud. To je isto kao da kažemo da su svi jednorozi bijeli – taj je sud istinit i u slučaju da ne postoji nijedan jednorog jer za svaki x vrijedi – ako je x jednorog, onda je x bijel.

S druge strane, u I sudu imamo konjunkciju za koju znamo da je istinita samo u slučaju da su oba konjunkta istinita. Stoga mora biti istinito da postoji labud i da je on bijel, pa ako ne postoji nijedan labud, taj sud nije istinit.

Prema tome, u suvremenom tumačenju univerzalni sud ne tvrdi postojanje, dok partikularni sud tvrdi. Stoga istinitost univerzalnog suda ne implicira istinitost partikularnog suda.

Pogledajmo što je s ostalim odnosima u logičkom kvadratu. Odnos kontrarnosti nije dopuštao da A i E budu istovremeno istiniti.

No, ako ponovno imamo slučaj suda

Svi su jednorozi bijeli

i

Nijedan jednorog nije bijel,

oni mogu istovremeno biti istiniti ako jednorozi ne postoje (u obje je implikacije antecedens neistinit, stoga je implikacija istinita. Za vježbu, zapišite i E sud jezikom logike prvoga reda koristeći univerzalni kvantifikator).

Odnos subkontrarnosti ili podsuprotnosti također više ne vrijedi. Prije nego što pročitate naše objašnjenje, pokušajte sami odgovoriti zašto.

Odgovor: I i O sudovi u suvremenom tumačenju uključuju postojanje i istiniti su ako su oba konjunkta istinita. (Za vježbu napišite i O sud „Neki jednorozi nisu bijeli“ jezikom logike prvoga reda.) Ako jednorozi ne postoje, obje su konjunkcije neistinite te su i sudovi I i O istovremeno neistiniti.

Zašto je došlo do razlikovanja u tradicionalnom i suvremenom tumačenju odnosa u logičkom kvadratu?

U tradicionalnom tumačenju pretpostavljalo se da se govori o entitetima koji postoje i takvo je tumačenje očekivanije u svakodnevnom životu. Suvremeno tumačenje uzima u obzir važnost formuliranja hipoteza u znanstvenom radu koje se izražavaju kondicionalnim tvrdnjama. Također, u određenim znanstvenim disciplinama, primjerice teorijskoj fizici, ponekad se govori o apstraktnim entitetima za koje se tvrdi da imaju određena svojstva, ali ne i da postoje. O hipotezi i činjenici još ćemo govoriti u četvrtom poglavlju udžbenika.

! Mogućnost izvođenja konkluzije po logičkom kvadratu uvelike ovisi o tome koristimo li tradicionalno ili moderno tumačenje. Prije rješavanja zadataka obvezno provjerite prema kojem biste tumačenju trebali pristupiti rješavanju.

Zadatak 2.8

U kojim su odnosima prema logičkom kvadratu sljedeći sudovi:

(a) Svi psi su poslušni. Nijedan pas nije poslušan.
(b) Sve ptice lete na jug. Neke ptice lete na jug.
(c) Sve mačke imaju krzno. Neke mačke nemaju krzno.

Navedite koji od tih odnosa ne vrijede u modernom tumačenju.

2.5.2 Silogizmi

Silogizam

Silogizmom se smatra oblik deduktivnog zaključivanja koje sadrži dvije ili više premisa (dva ili više suda) iz kojih slijedi konkluzija (novi sud).

Premda se ponekad njegova vrijednost sporila, ponajviše tvrdnjom da konkluzija nužno slijedi jer je već sadržana u premisama te u najboljem slučaju ponovljena, silogizam se smatra važnim formalnim oblikom zaključivanja.

Zadatak 2.9

Aristotel, Bacon, Leibniz, Mill – jedan oblik zaključivanja, četiri stava. Uz pomoć nastavnika istražite koje stavove navedeni filozofi zauzimaju prema silogističkom zaključivanju te obrazložite koji je stav vama najbliži i zašto.

Kategorički silogizam

Kategorički silogizam

Kategorički je **silogizam** onaj u kojem iz dva kategorička suda kao premisa slijedi kategorični sud u konkluziji.

Za kategorički silogizam možemo navesti nekoliko **nužnih uvjeta**:

- u njemu se uvijek javljaju tri različita pojma (S, M i P)
- pojam S uvijek se javlja u drugoj premisi i konkluziji
- pojam M uvijek se javlja u prvoj i drugoj premisi
- pojam P uvijek se javlja u prvoj premisi i konkluziji
- pojmovi u premisama mijenjaju mjesta, ali u konkluziji ne
- u konkluziji se uvijek javljaju pojmovi S i P i to upravo tim redoslijedom
- barem jedna od premisa uvijek mora biti afirmativna
- barem jedna od premisa uvijek mora biti univerzalna
- konkluzija se uvijek vodi za „slabijom" (negativnom ili partikularnom) premisom, a to podrazumijeva da će uvijek biti negativna ili partikularna ako je jedna od premisa bilo negativna bilo partikularna.

S obzirom na to da se svaki od pojmova može pojaviti dva puta unutar navedenih ograničenja, moguće su četiri kombinacije pojmova za valjane kategoričke silogizme. Te su kombinacije u srednjem vijeku usustavljene u sljedeće četiri figure ili oblika:

I.	II.	III.	IV.
$M\ P$	$P\ M$	$M\ P$	$P\ M$
$S\ M$	$S\ M$	$M\ S$	$M\ S$
$S\ P$	$S\ P$	$S\ P$	$S\ P$

S obzirom na to da u svim figurama na mjesto svakog suda može doći bilo koji od a, e, i i o sudova, silogizama bi bilo mnogo. Međutim, pridržavajući se ranije navedenih pravila, samo neke od tih kombinacija daju valjane oblike zaključaka.

Za radoznale

Za Aristotela je postojalo četrnaest valjanih kategoričkih silogizama, bez isključenih silogizama sa slabijom, partikularnom konkluzijom koja nam govori manje od jače konkluzije, a kasnije su razmatrani i oni iz četvrte figure. U srednjem je vijeku tih ukupno devetnaest valjanih oblika silogizama čak i opjevano kako bi se lakše upamtili. Svaki od samoglasnika u imenu označava vrstu suda ili **modus** koji treba umetnuti u figuru da bi zaključak bio valjan:

- *Barbara, Celarent, Darii, Ferio prioris*
- *Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae*
- *Tertia, Darapti, Disamis, Datisi, Felapton*
- *Bocardo, Ferison habet; Quarta in super addit*
- *Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.*

Primijetite da sva imena počinju sa B, C, D i F. To je stoga što se silogizmi druge, treće i četvrte figure prema početnom slovu mogu svesti na odgovarajuće moduse silogizma prve figure neposrednim zaključivanjem iz pojedinih premisa.

Budući da su Vennovi dijagrami već objašnjeni i upotrijebljeni i u neposrednom zaključivanju, uputno ih je koristiti i u kategoričkim silogizmima.

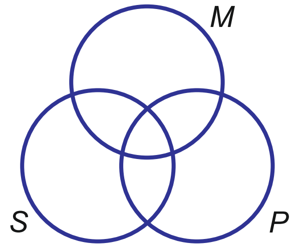
Pravila za kategoričke silogizme

Pravila za prikaz kategoričkih silogizama Vennovim dijagramima su sljedeća:

- svaki od pojmova S, M i P prikazuje se jednom kružnicom
- dijelovi Vennovih dijagrama označavaju se prema pravilima za kategorične sudove
- u Vennov se dijagram uvijek prvo unosi univerzalna premisa
- ako su obje premise univerzalne, možemo unositi premise njihovim redom pojavljivanja u silogizmu
- konkluzija se nikada ne unosi u dijagram, ona se iščitava iz unesenih premisa.

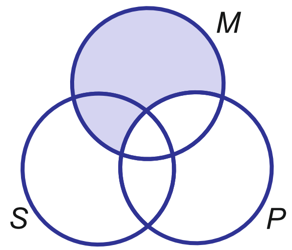
Pogledajmo kako izgleda prazan Vennov dijagram u koji se spremamo upisati premise kategoričkog silogizma. Opći prikaz Vennova dijagrama je na sljedećoj slici.

Dijagram se sastoji od triju međusobno ispresijecanih kružnica koje će nam, kad ih pravilno označimo za sudove koji tvore premise, dati konkluziju koju samo moramo iščitati prema već opisanim pravilima za tumačenje.



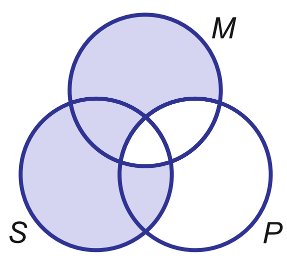
Na idućoj slici desno pogledajmo kako izgleda dijagram nakon unesene prve premise (prema modernom tumačenju) u **modusu Barbara iz prve figure**.

Kao što možete primijetiti, obje su premise univerzalne (dva *A* suda) pa redoslijed njihovog unošenja ništa neće poremetiti. Slobodno možemo unijeti prvu premisu kojom se tvrdi da su svi *M* ujedno i *P*, tj. da nema predmeta u skupu *M* koji ne bi ujedno bio i *P*.



Drugom se premisom tvrdi da su svi *S* ujedno i *M*. Stoga dijagram nakon obje unesene premise sada izgleda ovako (slika dolje desno):

Zapamtimo da se konkluzija u dijagram **ne unosi**, već se samo iščitava iz unesenih sudova. Kao što vidimo u dijagramu, prema modernom shvaćanju, jedino što o odnosu *S* prema *P* možemo zaključiti jest da su svi predmeti skupa *S* (ako postoje) ujedno i predmeti koji pripadaju skupu *P*. Drugim riječima, konkluzija je također sud *A*, a glasi „Svi *S* su *P*“. To odgovara sudu *A* koji očito moramo dobiti u modusu Barbara.

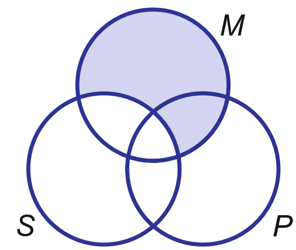


Zapisan jezikom logike prvoga reda, modus Barbara izgledao bi ovako:

$$\begin{array}{c} \forall x(Mx \rightarrow Px) \\ \forall x(Sx \rightarrow Mx) \\ \hline \forall x(Sx \rightarrow Px) \end{array}$$

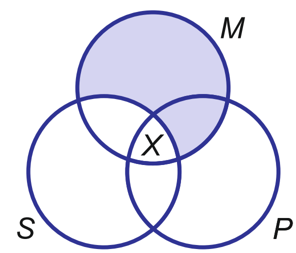
Razmotrimo sada još jedan modus. U **modusu Disamis treće figure kategoričkog silogizma** prva je premisa partikularna (sud I).

Prisjetimo li se pravila o prikazu kategoričkog silogizma Vennovim dijagramom, moramo imati na umu da se partikularna premisa ne smije upisati prva. Stoga će dijagram nakon druge premise izgledati kao na slici desno.



Obratite pozornost na to da je prvo unesena univerzalna premisa.

Nakon unosa prve premise dijagram će dobiti svoj konačni izgled.



Iz dijagrama možemo iščitati konkluziju koja glasi „Neki S su P“, a to odgovara partikularno-afirmativnom sudu koji nam se javlja kao zadnji sud u modusu Disamis.

Zapisan jezikom logike prvoga reda, modus Disamis treće figure kategoričkog silogizma izgledao bi ovako:

$$\begin{array}{c} \exists x(Mx \wedge Px) \\ \forall x(Mx \rightarrow Sx) \\ \hline \exists x(Sx \wedge Px) \end{array}$$

!

Za prikaz svakog silogizma Vennovim dijagramom odlučite radi li se o tradicionalnom ili modernom tumačenju.

Uvijek imajte na umu nužne uvjete valjanosti kategoričkih silogizama. Pri unosu premisa u Vennov dijagram uvijek prvo unesite univerzalnu premisu.

Za radoznale

Entimem i sorit su posebni oblici silogizama.

Entimem

Entimem je skraćeni oblik silogizma u kojemu se konkluzija izvodi iz jedne premise, dok je druga skrivena, tj. podrazumijeva se.

Primjerice, iz suda „Svi labradori su psi“ slijedi konkluzija „Svi labradori su četveronožni“ podrazumijevamo li da su svi psi četveronožni.

Sorit

Sorit je skraćeni oblik polisilogizma. **Polisilogizmi** su oni zaključci u kojima konkluzija jednog zaključka služi kao neka od premisa sljedećeg zaključka. Sorit je skraćen jer se u njemu ispuštaju premise koje su konkluzije prethodnih zaključaka.

Kao primjer sorita često se uzima sud „Jedno zrno pijeska ne čini gomilu“. Objasnite zašto je navedenu rečenicu moguće shvatiti kao skraćeni oblik polisilogizma, tj. navedite premise koje bi mu prethodile.

!

U formalnim je prikazima prilično lako prepoznati silogizam. U običnom je jeziku te u neformalnim tekstovima to često dosta teže. Neformalni tekstovi poput komentara na društvenim mrežama ili svakodnevni govor kojem smo izloženi ponekad mogu prikriti svoju formu.

Naime, premise i konkluzije mogu se pronaći drukčije poredane, mnogo toga može biti pretpostavljeno, neizrečeno i podrazumijevano. Umjesto crte koja stoji za „dakle“ često možemo pronaći upravo tu riječ ili neku drugu kojom se upućuje na isto, poput „stoga“, „iz toga slijedi“, „to znači“ itd. Premise se također mogu prikriti iza izraza poput „budući da“, „zato što“, „ako vrijedi da“ itd.

Hipotetički silogizam

Hipotetički silogizam u sebi sadrži barem jednu premisu koja je hipotetični sud.

Pođemo li primjerice od suda

Ako budem vježbao logiku, sve ću zadatke iz logike lako riješiti,

konkluziju možemo izvesti na dva načina, ovisno o tome imamo li potvrđeni prvi dio rečenice (antecedens) ili negiran drugi dio (konsekvens).

Prethodnu rečenicu možemo simbolički prevesti kao

$$P \rightarrow Q,$$

a čitamo je *Ako P onda Q*.

Prva je mogućnost da u slučaju da vrijedi P, izvodimo konkluziju Q. Taj oblik formalno možemo iskazati na sljedeći način:

$$\frac{\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ P \end{array}}{Q}$$

Budući da smo potvrdili antecedens, ovaj se oblik naziva ***modus ponens*** ili **potvrdni način**.

Druga je mogućnost da u slučaju da vrijedi $\neg Q$ zaključimo $\neg P$. Naime, sjetimo se istinitosne tablice za implikaciju prema kojoj je implikacija istinita u svim slučajevima osim kada je antecedens istinit, a konsekvens neistinit.

Kako je ovdje konsekvens neistinit, antecedens također mora biti neistinit.

Taj oblik formalno možemo iskazati na sljedeći način:

Budući da smo negirali konsekvens, ovaj se oblik naziva ***modus tollens*** ili **niječni način**.

$$\begin{array}{c} P \to Q \\ \neg Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

! Ne zaboravite na koje se sve načine ovakav sud može pročitati običnim jezikom! Primjerice, $A \to B$ može se, između ostaloga, čitati *Ako A, onda B* i *B ako A*. No, to ne podrazumijeva i promjenu u formalnom smislu.

Uvijek budite na oprezu u određivanju dijelova ovog suda.

Disjunktivni silogizam

Disjunktivni silogizam

Disjunktivni silogizam u sebi sadrži barem jednu premisu koja je disjunktivni sud.

Pođemo li primjerice od suda

Ili ću vježbati logiku ili neću moći lako riješiti sve zadatke iz logike,

konkluziju možemo izvesti na dva načina. Valjani disjunktivni silogizam moguć je samo s isključnom disjunkcijom (iako se u modernoj logici kao standardni veznik koristi uključna disjunkcija).

Prethodnu rečenicu možemo simbolički prevesti kao

$$P \veebar Q,$$

a čitamo je *Ili P ili Q*.

Pogledamo li pobliže polazni sud, također možemo lako zaključiti da ćemo valjanu konkluziju moći izvesti u dva slučaja.

Prva je mogućnost da **potvrdimo neki od dvaju disjunkata u sudu**, tj. da potvrdimo bilo to da ću vježbati logiku bilo to da neću moći lako riješiti sve zadatke iz logike. Taj oblik formalno možemo iskazati na sljedeće načine:

$$\begin{array}{c} P \veebar Q \\ P \\ \hline \neg Q \end{array} \quad \text{ili} \quad \begin{array}{c} P \veebar Q \\ Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

Budući da smo potvrdili jedan od disjunktnih članova te da u isključnoj disjunkciji ne mogu oba biti istinita, drugi je disjunkt nužno negiran. Ovaj se oblik naziva ***modus ponendo tollens*** ili **potvrdno-niječni način**.

Druga je mogućnost da **negiramo neki od dvaju disjunkata u sudu**, tj. da negiramo bilo to da ću vježbati logiku bilo to da neću moći lako riješiti sve zadatke iz logike. Taj oblik formalno možemo iskazati na sljedeće načine:

$$\begin{array}{c} P \veebar Q \\ \neg P \\ \hline Q \end{array} \quad \text{ili} \quad \begin{array}{c} P \veebar Q \\ \neg Q \\ \hline P \end{array}$$

Budući da smo negirali jedan od disjunktnih članova te da u isključnoj disjunkciji ne mogu oba biti neistinita, drugi je disjunkt nužno potvrđen. Ovaj se oblik naziva ***modus tollendo ponens*** ili **niječno-potvrdni način**.

! Uvijek imajte na umu da su neki oblici disjunktivnog silogizma valjani isključivo u isključno shvaćenoj disjunkciji, dok su neki oblici valjani i u uključnoj. Pokušajte objasniti za koje oblike vrijedi koji slučaj.

Ponovimo

1. Prema informativnosti i pouzdanosti konkluzije zaključke dijelimo na induktivne i deduktivne.
2. Sudovi iz kojih zaključujemo zovu se premise.
3. Sud koji slijedi iz premisa zove se konkluzija.
4. Zaključak se sastoji od premisa, konkluzije i crte koja znači „dakle“.

5. Deduktivni oblici zaključka su zaključak po istovrijednosti, obrat, protupostav, zaključci po logičkom kvadratu te silogizmi.
6. Silogizme dijelimo na kategoričke, hipotetičke i disjunktivne.
7. Kategorički silogizmi su podijeljeni na figure i moduse, a možemo ih prikazivati i provjeravati Vennovim dijagramom.

Zadatci 2.10

1. Sljedeće sudove koristite kao premise i iz njih izvedite sve neposredne zaključke koje možete.

(a) Neki su psi veseli.
(b) Nijedna zvijezda nije velika.
(c) Neke su žabe brze.
(d) Svi su galebovi glasni.

2. Uz pomoć nastavnika prodiskutirajte mogu li se, i ako da, kako, induktivni i deduktivni zaključak razlikovati uz pomoć informativnosti konkluzije. Obrazložite svoje stajalište.

3. Promotrite modus Darapti treće figure kategoričkog silogizma i zaključite krši li pravilo o tome da se konkluzija povodi za slabijom premisom. Obrazložite svoj odgovor.

4. Objasnite zašto je nužan uvjet valjanog kategoričkog silogizma postojanje barem jedne univerzalne i barem jedne afirmativne premise. Ponudite primjere koji krše taj uvjet i na njima pokažite zašto ti oblici nisu valjani.

5. Prikažite sve moduse kategoričkog silogizma Vennovim dijagramom i usporedite razlike između tradicionalnog i modernog shvaćanja. Izdvojite one moduse koji nisu valjani u oba prikaza i objasnite zašto je došlo do promjene u njihovoj valjanosti.

6. Prevedite sve moduse na jezik logike prvoga reda.

7. Zaključite zašto u hipotetičkom silogizmu ne možemo valjano izvesti konkluziju negiranjem antecedensa i potvrdom konsekvensa.

8. Objasnite zašto disjunktivni silogizam nije valjan ako disjunkciju shvatimo u uključnom smislu.